

9 клас (ВР)

1. Знайдіть найбільший спільний дільник набору з 2017 таких чисел:

$$2017+1, 2017^2+1, 2017^3+1, \dots, 2017^{2017}+1.$$

2. У чемпіонаті з гандболу взяли участь 8 команд. За перемогу нараховується 2 очки, за нічию – 1 очко, за поразку очок не нараховується. Чемпіонат проходив в одне коло, тобто кожна команда зіграла з кожною рівно один раз. При цьому грали кожного дня по турах, тобто у кожному турі грали усі команди, що були розбиті на пари. Після туру публікувалася таблиця, де команди розставлялися по місцях (з 1-го по 8-е) відповідно набраних очок. Команди, що на даний момент або наприкінці турніру набрали однакову кількість очок, розподіляються по місцях по додаткових показниках (особиста зустріч, різниця м'ячів тощо). В деякий момент після чергового туру виявилось, що усі команди набрали різну кількість очок. Чи зможе наприкінці чемпіонату посісти перше місце команда, що у той момент була на 8-му місці?

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} (x^2 + 1)y = z^2 + 1, \\ (y^2 + 1)z = x^2 + 1, \\ (z^2 + 1)x = y^2 + 1. \end{cases}$$

4. Є набір з десяти карток, на яких записано по одній цифрі 0; 1; ...; 9. Андрій та Олеся по черзі (розпочинає Андрій) вибирають по одній картці та складають їх послідовно зліва направо так, що у кожного утворюється пятицифрове число (картку з цифрою 0 на своєму першому кроці жоден з гравців вибирати не може). Андрій перемагає у цій грі, якщо число, яке утворилося у нього, ділиться націло на 6. Інакше перемагає Олеся. Кожен з гравців прагне перемогти. Хто за таких умов може забезпечити собі перемогу?

5. У трикутнику ABC відмічено центр вписаного кола I та центр I_A зовні вписаного кола, що дотикається сторони BC . Нехай точка M -- середина сторони BC , а точка N -- середина дуги BAC описаного кола $\triangle ABC$. Точка T симетрична точці N відносно точки A . Доведіть, що точки I_A, M, I, T лежать на одному колі.

15 січня 2017 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті

www.matholymp.com.ua

9 клас (ВР)

1. Знайдіть найбільший спільний дільник набору з 2017 таких чисел:

$$2017+1, 2017^2+1, 2017^3+1, \dots, 2017^{2017}+1.$$

2. У чемпіонаті з гандболу взяли участь 8 команд. За перемогу нараховується 2 очки, за нічию – 1 очко, за поразку очок не нараховується. Чемпіонат проходив в одне коло, тобто кожна команда зіграла з кожною рівно один раз. При цьому грали кожного дня по турах, тобто у кожному турі грали усі команди, що були розбиті на пари. Після туру публікувалася таблиця, де команди розставлялися по місцях (з 1-го по 8-е) відповідно набраних очок. Команди, що на даний момент або наприкінці турніру набрали однакову кількість очок, розподіляються по місцях по додаткових показниках (особиста зустріч, різниця м'ячів тощо). В деякий момент після чергового туру виявилось, що усі команди набрали різну кількість очок. Чи зможе наприкінці чемпіонату посісти перше місце команда, що у той момент була на 8-му місці?

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} (x^2 + 1)y = z^2 + 1, \\ (y^2 + 1)z = x^2 + 1, \\ (z^2 + 1)x = y^2 + 1. \end{cases}$$

4. Є набір з десяти карток, на яких записано по одній цифрі 0; 1; ...; 9. Андрій та Олеся по черзі (розпочинає Андрій) вибирають по одній картці та складають їх послідовно зліва направо так, що у кожного утворюється пятицифрове число (картку з цифрою 0 на своєму першому кроці жоден з гравців вибирати не може). Андрій перемагає у цій грі, якщо число, яке утворилося у нього, ділиться націло на 6. Інакше перемагає Олеся. Кожен з гравців прагне перемогти. Хто за таких умов може забезпечити собі перемогу?

5. У трикутнику ABC відмічено центр вписаного кола I та центр I_A зовні вписаного кола, що дотикається сторони BC . Нехай точка M -- середина сторони BC , а точка N -- середина дуги BAC описаного кола $\triangle ABC$. Точка T симетрична точці N відносно точки A . Доведіть, що точки I_A, M, I, T лежать на одному колі.

15 січня 2017 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті

www.matholymp.com.ua