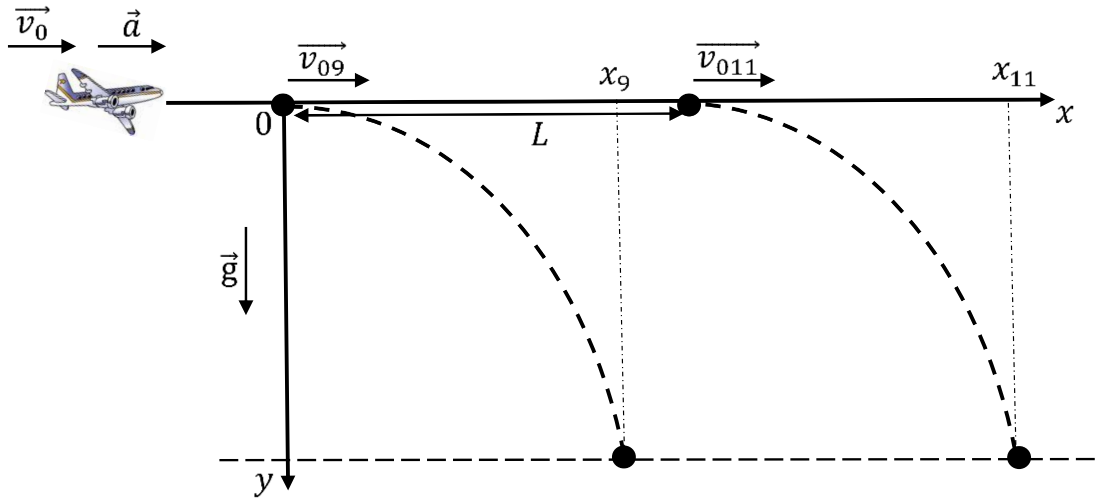
Розв’язки завдань
ІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики (2016 рік)
11 клас

Задача 1

Для розмітки території використовують радіомаяки, розміщені в спеціальних контейнерах, які скидають з літака. Літак летить горизонтально на висоті 500 м з постійним прискоренням 2 $м/с^2$. Через рівні проміжки часу в 0,5 с викидається контейнер. Знайдіть відстань між місцями падіння 9 та 11 контейнерів, якщо перший контейнер був скинутий на швидкості літака 100 м/с. Опором повітря можна знехтувати.

Розв’язок

Розглянемо рух контейнерів у системі відліку, початок якої в точці простору, де знаходився літак в момент скидання дев’ятого контейнера.



Відстань між місцями падіння 9-ого та 11-ого контейнерів $S = x_{11} - x_9$ (1)

Дев’ятий контейнер в момент скидання мав швидкість $v_{09} = v_0 + 8a\tau$, де τ – час між скиданнями; одинадцятий - $v_{011} = v_0 + 10a\tau$.

Час падіння обох контейнерів однаковий: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Координата падіння дев’ятого контейнера:

$x_9 = v_{09}t = (v_0 + 8a\tau)\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2). Одинадцятого – $x_{11} = L + v_{011}t$, де L – відстань, яку пролетів літак між скиданнями контейнерів: $L = v_{09}2\tau + \frac{a(2\tau)^2}{2} = (v_0 + 8a\tau)2\tau + a2\tau^2 = v_0 2\tau + 18a\tau^2$.

Тоді $x_{11} = v_0 2\tau + 18a\tau^2 + (v_0 + 10a\tau)\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (3).

Підставивши вирази (2), (3) у вираз (1), отримаємо:

$S = v_0 2\tau + 18a\tau^2 + 2a\tau\sqrt{\frac{2h}{g}} = 129$ м.

Задача 2

У кабіні космічного корабля, який має висоту 3 м, створено однорідне електричне поле. Поле направлено від стелі до підлоги та має напруженість 1000 В/м. Від підлоги до стелі з різними початковими швидкостями кидають маленьку пружну кульку, що має заряд 10^{-5} Кл та масу 1 г. Побудуйте графік залежності часу, за який кулька впаде на підлогу від початкової швидкості, з якою її кидають. З якою швидкістю необхідно кинути кульку, щоб вона найдовше летіла до підлоги? Опором повітря знехтувати. Кульку можуть кидати з швидкостями від 1 м/с до 10 м/с.

Розв'язок

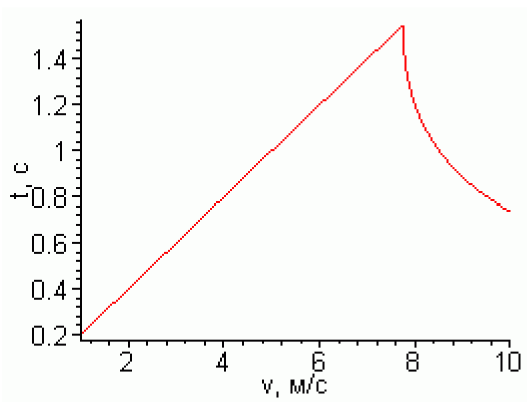
На кульку діє сила $F = qE$, яка гальмує рух кульки та надає їй прискорення $a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$ (1). Якщо переміщення кульки $S = \frac{v_0^2}{2a}$ менше Н, то кулька не удариться об стелю. У даному випадку $v_0 < \sqrt{2Sa} = \sqrt{\frac{2qEH}{m}} = \sqrt{60} \approx$ $\approx 7{,}75\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Час руху вгору визначаємо з рівняння швидкості $0 = v_0 - at \quad \rightarrow$ $t = \frac{v_0}{a} == \sqrt{\frac{2mH}{qE}} = \sqrt{0{,}6} = 0{,}775\ c$. Врахувавши, що загальний час руху кульки подвоюється, то $t = 1{,}55$ с.

Розглянемо випадок у інтервалі швидкостей від 7,75 м/с до 10 м/с, коли кулька ударяється в стелю.

Скористаємося двома закономірностями.

По-перше, удар кульки об стелю буде пружним, тому швидкість кульки не зміниться за величиною, а лише змінить напрямок. Скориставшись, що $H = \frac{v^2 - v_0^2}{-2a}$, отримуємо $v = \sqrt{v_0^2 - 2aH}$.

По-друге, оскільки рух кульки вгору та вниз відбуваються з однаковим прискоренням і удар пружний, то можна скористатися властивістю зворотності механічного руху, тобто після удару кулька впаде з тією ж швидкістю, яку вона мала в момент кидка, та час руху кульки вгору буде дорівнювати часу руху вниз.



Тоді $t = 2\frac{v - v_0}{-a} = 2\frac{v_0 - v}{a} = 2\frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2aH}}{a}$.

Отже, час руху починає зменшуватися.

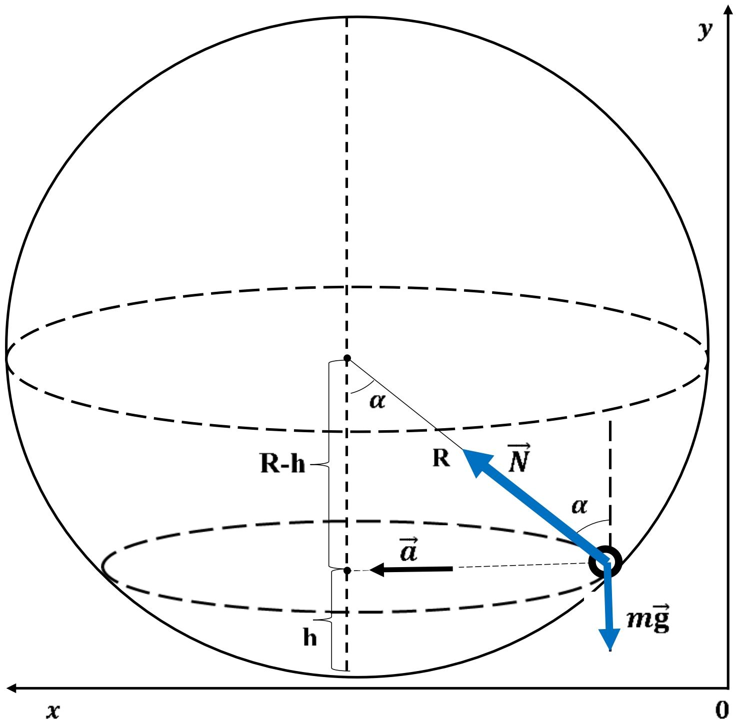
Відповідь. Максимальний час руху кульки 1.55 с при швидкості 7.75 м/с.

Задача 3

У середині гладкої сфери, яка рівномірно обертається навколо вертикальної осі з частотою 30 об/хв, міститься кулька. Визначте висоту кульки над нижньою точкою сфери, якщо радіус сфери дорівнює 2 м.

Розв’язок

На кульку діють сила тяжіння та сила реакції опори, які надають їй доцентрове прискорення. За II законом Ньютона $\vec{N}+m\vec{g}=m\vec{a}$. У проекції на вісь x – $ma=N\sin\alpha$, на вісь y – $mg=N\cos\alpha$. Розділивши ці рівняння, отримаємо, що $a=\mathrm{g}\cdot\mathrm{tg}\alpha$ (1). Доцентрове прискорення $a=\omega^2 r=4\pi^2 n^2 R\sin\alpha$ (2). Прирівнявши вирази (1) та (2) та здійснивши математичні перетворення, отримаємо $\cos\alpha=\frac{\mathrm{g}}{4\pi^2 n^2 R}$. З малюнка $R-h=R\cos\alpha$, тому $h=R-R\cos\alpha=R-\frac{\mathrm{g}}{4\pi^2 n^2}=1$ м.



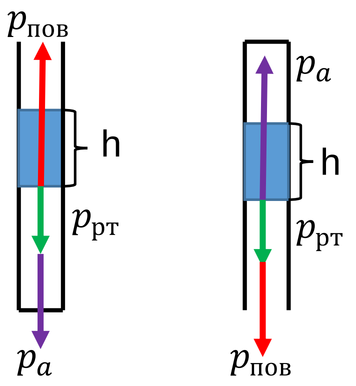
Задача 4

У запаяній трубці, що стоїть вертикально відкритим кінцем догори, під стовпчиком ртуті заввишки 4 см міститься повітря, відносна вологість якого 70 %. Якою стане відносна вологість, якщо трубку повернути відкритим кінцем донизу? Ртуть із трубки не виливається. Атмосферний тиск дорівнює 760 мм.рт.ст., густина ртуті 13,6 г/см³.

Розв’язок

Відносна вологість у I та II станах: $\varphi_1=\frac{\rho_1}{\rho_{\text{н}}}=\frac{m}{V_1\rho_{\text{н}}}$, $\varphi_2=\frac{\rho_2}{\rho_{\text{н}}}=\frac{m}{V_2\rho_{\text{н}}}$.
Тоді $\frac{\varphi_1}{\varphi_2}=\frac{V_2}{V_1}$ (1).

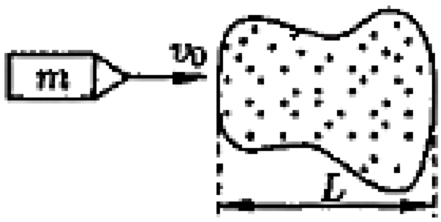
За законом Бойля-Маріота $p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$. Врахувавши формулу (1), отримаємо $\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{p_1}{p_2}$ (2).



У першому випадку тиск повітря урівноважується тиском стовпчика ртуті та атмосферним тиском $p_1 = \rho g h + p_a$. У другому випадку атмосферний тиск урівноважується тисками стовпчиків ртуті та повітря, тому $p_2 = p_a - \rho g h$. Підставивши вирази в формулу (2), маємо, що $\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\rho g h + p_a}{p_a - \rho g h}$ або $\varphi_2 = \varphi_1 \frac{\rho g h + p_a}{p_a - \rho g h} = 78\ \%$.

Задача 5

Ракета масою m, що летіла в космічному просторі з вимкненим двигуном на швидкості v_0, потрапила в хмару пилу. Середня густина хмари – ρ, товщина в напрямку руху ракети – L. Пилинки нерухомі й прилипають до ракети під час зіткнення. Площа поперечного перерізу ракети S. Яку швидкість v_1 буде мати ракети в момент вильоту з хмари пилу? Скільки часу ракета летітиме через хмару?



Розв’язок

Після того, як ракета пролетить в хмарі пилу відстань x, до неї прилипне пил масою $\Delta m = \rho S x$.

За законом збереження імпульсу $m v_0 = (m + \Delta m) v$ швидкість ракети стане $v = \frac{v_0}{1 + \frac{\rho S x}{m}}$ (1). Тоді в момент виходу з хмари ($x = L$) $v_1 = \frac{v_0}{1 + \frac{\rho S L}{m}}$.

Для визначення часу скористаємося тим, що малу відстань ракета пролітає за малий проміжок часу. Тоді $\Delta t = \frac{1}{v} \cdot \Delta x$. Побудуємо графік залежності $\frac{1}{v}$ від x, використавши формулу (1) у вигляді $\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} + \frac{\rho S}{m v_0} x$. Площа під графіком буде чисельно дорівнювати часу руху ракети: $t = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_L}\right) L = \frac{L}{v_0}\left(1 + \frac{\rho S L}{2m}\right)$.