Задача 1(9 клас)

Простір між двома циліндрами заповнено водою за температури $t_0 = 20°C$ (рис. 3). Відстань між циліндрами дорівнює 1 мм і значно менша за їх радіуси. Циліндри приєднали до джерела постійного струму з напругою $U = 42$ В. Через який час вода між циліндрами закипить?

Теплоємністю циліндрів та втратами тепла знехтувати. Густина води $\rho = 1000\ \frac{кг}{м^3}$, питома теплоємність води $c = 4200\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$, питомий електричний опір води $r = 3200\ Ом \cdot м$.

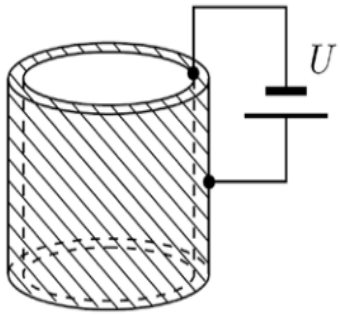


Рис. 3

Розв'язок

Електричний опір води між циліндрами можна розрахувати за формулою $R = r\frac{d}{S} = r\frac{d}{lh}$, де d – відстань між циліндрами, S – площа поверхні контакту, l – довжина кола основ циліндрів (оскільки їх радіуси набагато менші за відстань між циліндрами, то їх основи можна вважати однаковими), h – висота циліндра.

За законом Джоуля-Ленца кількість теплоти, яка виділяється при проходженні електричного струму, дорівнює $Q = \frac{U^2}{R}\tau = \frac{U^2 lh}{rd}\tau$ (1), де τ – час проходження струму.

Вода при нагріванні отримує кількість теплоти $Q_в = cm(t - t_0)$, де $t = 100°C$ – температура кипіння води.

Маса води $m = \rho V = \rho dlh$. Тоді $Q_в = c\rho dlh(t - t_0)$ (2).

Прирівнюємо вирази (1) та (2):

$$\frac{U^2 lh}{rd}\tau = c\rho dlh(t - t_0).$$

Звідси час нагрівання води $\tau = \frac{c\rho r d^2 \cdot (t - t_0).}{U^2}$.

$$\tau = \frac{4200\ \frac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot 1000\ \frac{кг}{м^3} \cdot 3200\ Ом \cdot м \cdot (10^{-3}\ м)^2 \cdot (100°C - 20°C).}{(42\ В)^2} \approx 609\ с = 10\ хв.$$

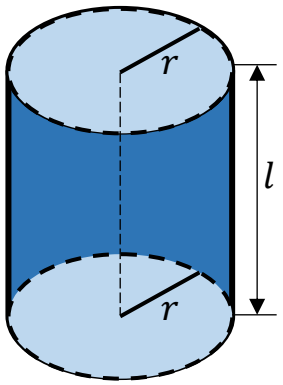
Задача 2 (9 клас)

Паличка «Бенгальського вогню» є тонким стрижнем радіусом $r = 1{,}0$ мм, який погано проводить тепло, укритий шаром горючої речовини товщиною $h = 1{,}0$ мм. Під час її горіння стрижень розігрівається до температури $t_1 = 900°C$. Якою може бути максимальна товщина шару горючої речовини, щоб стрижень не почав плавитися, якщо температура плавлення матеріалу стрижня $t_2 = 1580°C$? Уважайте, що частка втрат тепла в обох випадках однакова.

До відома.

Циліндр – це <u>геометричне тіло</u>, обмежене замкнутою <u>циліндричною поверхнею</u> та двома паралельними площинами, що перетинають її. Паралельні площини є основами циліндра та мають форму круга.

Об'єм циліндра розраховується як добуток площі його основи (S) на висоту (l): $V = Sl$.



r – радіус основи циліндра
l – висота циліндра

Розв'язок

У ситуації, описаній в умові задачі, відбувається поглинання тепла стрижнем, що виділяється під час горіння речовини, що укриває стрижень:

Якщо шар горючої речовини тонкий, то рівняння теплового балансу має вигляд:

$$\eta q m_1 = c m_2 (t_1 - t_0) \text{ (1)},$$

де m_1 – маса горючої речовини; q – його питома теплота згорання; c – питома теплоємність матеріалу стрижня; m_2 – маса частини стрижня, яка вкрита горючою речовиною та нагрівається під час горіння; η – частка теплоти, яка поглинулася частиною стрижня, укритою горючою речовиною; t_0 – початкова температура стрижня.

Якщо шар горючої речовини товстий, то рівняння теплового балансу має вигляд:

$$\eta q m_{\text{х}} = c m_2 (t_2 - t_0) \text{ (2)},$$

де $m_{\text{х}}$ – маса товстого шару горючої речовини.

Розділивши рівняння (2) на рівняння (1) та враховуючи, що $t_1 \gg t_0$ та $t_2 \gg t_0$, отримаємо: $\frac{m_{\text{х}}}{m_1} \approx \frac{t_2}{t_1}$ (3).

Маса шару горючої речовини визначимо як $m_{\text{х}} = \rho V$ (4).

Оскільки шар речовини має форму полого циліндра, то $V = V_{\text{ср}} - V_{\text{с}}$, де $V_{\text{ср}} = \pi (r + h_x)^2 \cdot l$ – об'єм частини стрижня з товстим шаром горючої речовини, $V_{\text{с}} = \pi r^2 l$ – об'єм частини стрижня, який укритий шаром речовини.

Отже, $V = \pi (r + h_x)^2 \cdot l - \pi r^2 l$ (5).

Підставимо вираз (5) у вираз (4) та отримаємо, що $m_{\text{х}} = \rho \pi [(r + h_x)^2 - r^2] l$ (6).

Маса тонкого шару горючої речовини визначимо аналогічно:

$$m_1 = \rho \pi [(r + h)^2 - r^2] l \text{ (7)}.$$

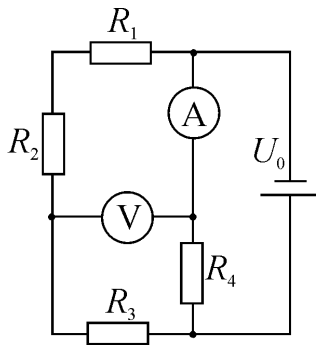
Підставимо вирази (6) та (7) у вираз (3):

$$\frac{\rho \pi [(r+h_x)^2 - r^2] l}{\rho \pi [(r+h)^2 - r^2] l} \approx \frac{t_2}{t_1};$$

$$\frac{(r+h_x)^2 - r^2}{(r+h)^2 - r^2} \approx \frac{t_2}{t_1}.$$

Звідси, $h_x = \sqrt{r^2 + \frac{t_2}{t_1} h (h + 2r)} - r = 1{,}5$ мм .

Задача 3 (9, 10 клас)



На малюнку зображена схема електричного кола, що складається з джерела живлення, чотирьох резисторів з однаковим опором, ідеального вольтметра та ідеального амперметра. Покази вольтметра $U_{\text{В}} = 16$ В, амперметра – $I_{\text{А}} = 24$ мА. Визначити напругу джерела U_0 і опір резисторів.

Розв'язок

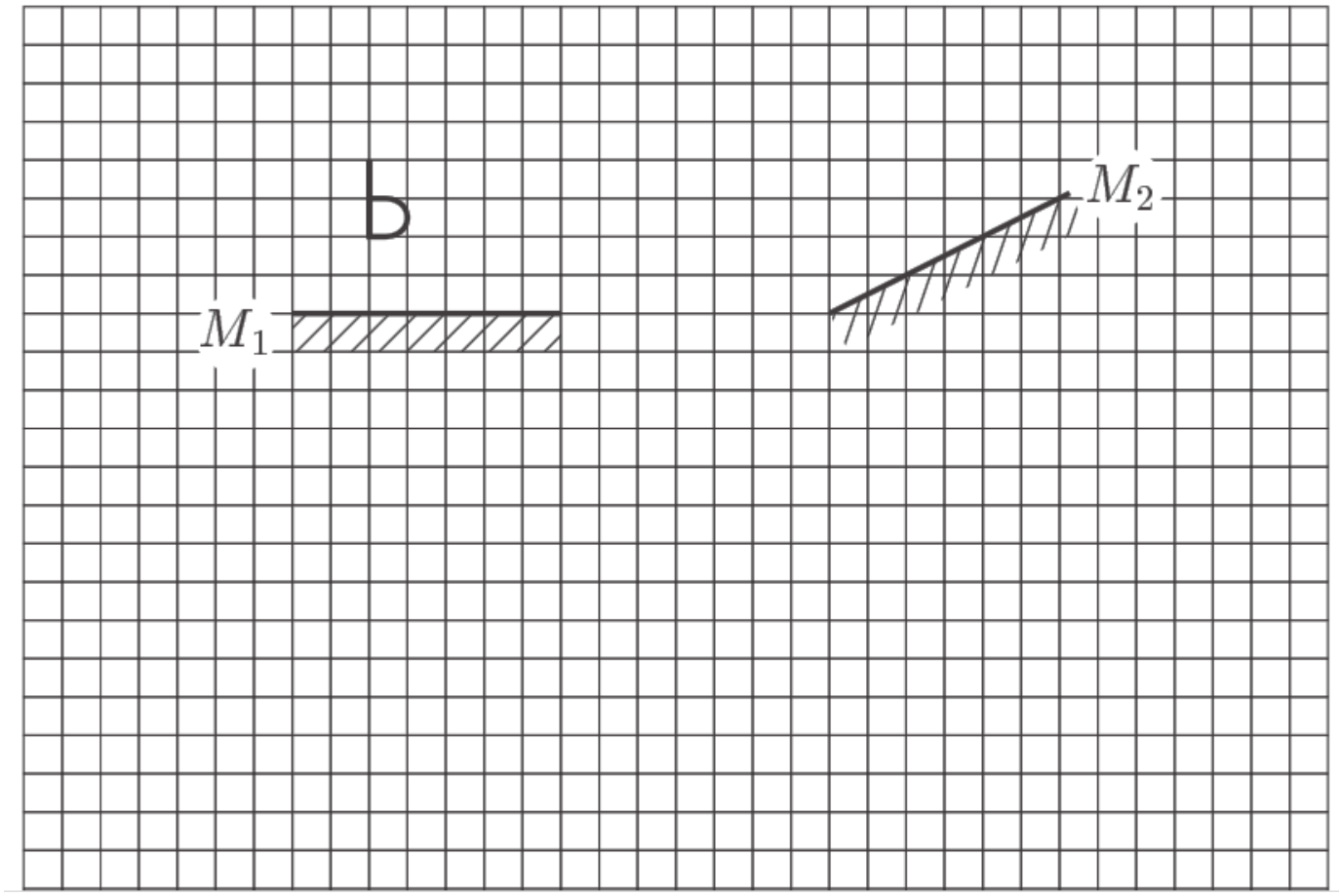
Оскільки вольтметр ідеальний, то струм через нього не йде і можемо його уявно з схеми вилучити. Амперметр ідеальний, його опір дорівнює нулю, отже на ньому напруга не падає і амперметр еквівалентний з'єднувальному провіднику. Тепер, проаналізувавши схему, бачимо, що до джерела живлення під'єднано дві паралельні вітки: перша ліва складається з з трьох послідовно з'єднаних резисторів R_1, R_2, R_3, друга права – з резистора R_4 і амперметра (якого можна не враховувати). Оскільки резистори однакові, опір кожного R, то опір лівої вітки $3R$, а правої R. Напруги на вітках однакові $U_0 = U_1 = U_2$. Отже $I_1 \cdot 3R = I_2 \cdot R$. Звідси

$I_1 = \frac{I_2}{3}$. З іншого боку I_2=$I_{\text{А}}$=24 мА, отже I_1=8 мА.

Вольтметр показує падіння напруги на резисторах R_1, R_2, через які іде струм I_1. Отже $U_V = 2I_1R$. Звідси $R = \frac{U_V}{2I_1} = 1000$ Ом. Тоді напруга джерела $U_0 = I_2 \cdot R = 24$ В.

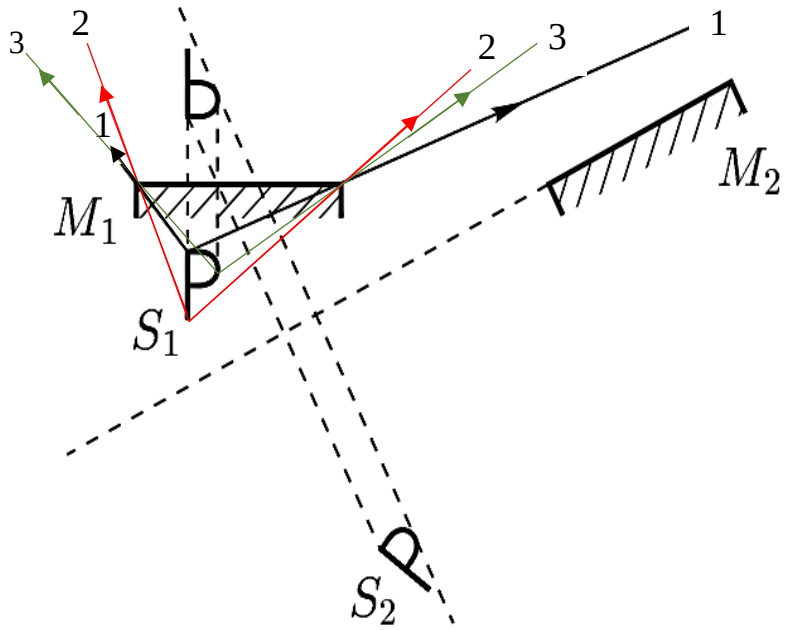
Задача 4 (9 клас)

Перед системою дзеркал M_1 та M_2 розташована буква Ь так, як показано на рисунку. Побудуйте на цьому ж малюнку всі зображення, створені даною системою. Доведіть, що інших зображень бути не може. Довжина кожного дзеркала дорівнює відстані між ними.



Розв'язок

Дзеркало M_1 створює уявне зображення букви Ь S_1, а дзеркало M_2 – S_2.



Зображення S_2 знаходиться з іншої сторони дзеркала M_1, тому дане дзеркало не може створювати додаткове зображення.

Для того, щоб оцінити, чи створиться додаткове зображення від зображення S_1 у дзеркалі M_2, визначимо область його видимості за допомогою побудови променів, які проходять через краї дзеркала M_1. Зображення буде видиме в просторі, яке спільне для будь-яких двох променів від різних точок зображення S_1 зі сторони робочої поверхні дзеркала M_1. Область видимості зображення S_1 розміщена між червоними променями 2 (з інших областей між променями 1 та 2 зображення буде видно частково) зі сторони робочої поверхні дзеркала M_1.

Із побудови видно, що дзеркало M_2 не потрапляє в область видимості зображення S_1, тому зображення S_1 не створює додаткових зображень.

Отже, система має 2 зображення.