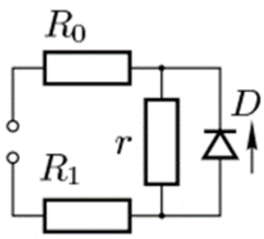
Завдання III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики
Теоретичний тур
10 клас

Завдання 1



У електричному колі опір резисторів $R_0 = 15$ Ом, $r = 15$ Ом. Паралельно до резистора r під'єднали діод D. Визначте опір резистора R_1, якщо сумарна потужність струмів резисторів R_1 та r не залежить від полярності прикладеної напруги. Опором діода знехтуйте.

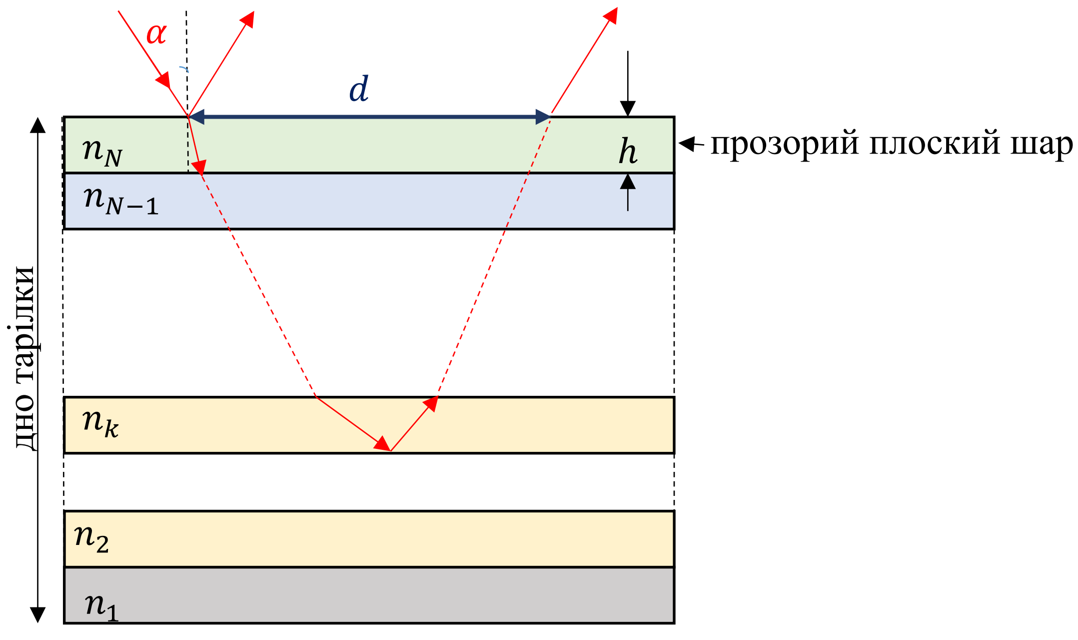
До відома. Діод – це прилад, який пропускає електричний струм у одному напрямку. На рисунку показано підключення діода у випадку пропускання струму. Якщо змінити полюси джерела, то діод не буде пропускати електричний струм.

Розв'язок

Дивись розв'язок завдання № 3 для 9-го класу

Завдання 2

Дно тарілки має N паралельних плоских прозорих шарів однакової товщини h. Показник заломлення шару n залежить від номеру шару ($n_1 = 1$, $n_2 = 2, \dots, n_N = N$). На дно тарілки з повітря під кутом 30° падає світловий промінь. Визначте номер шару k, у якому промінь повністю відіб'ється. Визначте, яка відстань d буде між падаючим та відбитим променями на поверхні дна тарілки.

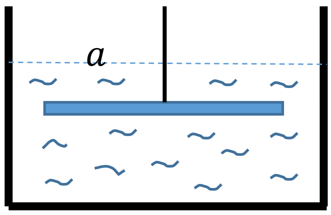


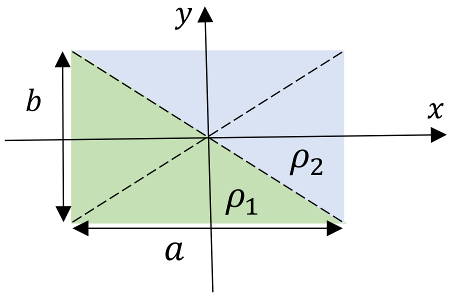
Розв'язок

Дивись розв'язок завдання № 4 для 9-го класу

Завдання 3

Тонка прямокутна пластина з сторонами $a = 144$ мм, $b = 144$ мм складена з двох трикутників. Густина речовини одного трикутника $\rho_1 = 5\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, другого – $\rho_2 = 3\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. До пластини за допомогою крюка прив'язали нитку, а потім усю систему занурили у воду. У воді пластина зайняла горизонтальне положення. Визначте координати крюка.





Розв'язок

Центр мас кожного з трикутників лежить на перетині медіан. Отже, координати центра мас першого трикутника $x_1 = \frac{a}{6}$, $y_1 = \frac{b}{6}$; а другого - $x_2 = -\frac{a}{6}$, $y_2 = -\frac{b}{6}$. Пластина буде горизонтальною, якщо виконується рівність моментів сил, які діють на кожний трикутник, відносно точки С:

$$(\rho_1 - \rho_0)Vg(x_1 - x_0) + (\rho_2 - \rho_0)Vg(x_2 - x_0) = 0$$

де ρ_0 – густина води, V – об'єм кожного трикутника, x_0 – координата точки С на осі x.

Звідси, $x_0 = x_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0} = 8$ мм.

Аналогічно визначаємо y_0.

Завдання 4

Пружинна гармата, встановлена на закріпленій горизонтальній підлозі, вистрілює металеву кульку масою m на максимальну відстань S. На яку максимальну відстань від початкового розташування гармати можна вистрілити кульку, якщо гармату встановити на візку, який без тертя рухається по підлозі? Маса візка з гарматою M.

Розв'язок

Гармата вистрілює кульку за рахунок дії стисненої пружини.

Розглянемо випадок, коли гармата закріплена на підлозі. Потенціальна енергія пружини $W_\text{п} = \frac{kx^2}{2}$ дорівнює кінетичній енергії кульки $W_\text{к} = \frac{mv_{01}^2}{2}$.

Максимальну дальність польоту кулька матиме при куті $\alpha = 45°$:

$$S_{m1} = \frac{v_{01}^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_{01}^2}{g}. \qquad (1)$$

Звідси,

$$v_{01}^2 = S_{m1}\,\mathrm{g}. \qquad (2)$$

У випадку, коли кулька вилітає з гармати на візку, який може рухатися, потенціальна енергія пружини $W_п = \frac{kx^2}{2}$ ($W_п$ не змінюється, оскільки k і x не змінні) розподіляється між кінетичною енергією візка та кінетичною енергією кульки:

$$\frac{mv_{01}^2}{2} = \frac{mv_{02}^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}, \qquad (3)$$

де M – маса візка з гарматою без кульки, u – швидкість візка з гарматою без кульки після вистрілу.

За законом збереження імпульсу:

$$0 = -Mu + mv_{02}\cos\beta,$$

де β – кут між швидкістю кульки v_{02} відносно землі й горизонтальною підлогою.

Дальність польоту також буде максимальною, якщо $\beta = 45°$. Але гармату необхідно встановити від іншим кутом до горизонту відносно візка – меншим за $45°$.

Отже, $Mu = mv_{02}\frac{\sqrt{2}}{2}$. Звідси $u = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{mv_{02}}{M}$;

$$u^2 = \frac{2}{4}\cdot\frac{m^2v_{02}^2}{M^2} \qquad (4)$$

Підставимо вираз 4 у вираз 3:

$$\frac{mv_{01}^2}{2} = \frac{mv_{02}^2}{2} + \frac{M}{2}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{m^2v_{02}^2}{M^2};$$

$$v_{01}^2 = v_{02}^2 + \frac{mv_{02}^2}{2M};$$

$$v_{01}^2 = v_{02}^2\left(1 + \frac{m}{2M}\right).$$

Підставимо в дану рівність вираз 1 та виразимо v_{02}^2:

$$S_{m1}\,\mathrm{g} = v_{02}^2\left(1 + \frac{m}{2M}\right);$$

$$v_{02}^2 = \frac{S_{m1}\cdot\mathrm{g}}{1+\frac{m}{2M}}. \qquad (5)$$

Дальність польоту при початковій швидкості v_{02} відносно Землі визначається аналогічно як при початковій швидкості v_{01} (вираз 1):

$$S_{m2} = \frac{v_{02}^2\sin 2\beta}{\mathrm{g}} = \frac{v_{02}^2}{\mathrm{g}}.$$

Підставимо вираз (5) та отримаємо:

$$S_{m2} = \frac{S_{m1}\cdot\mathrm{g}}{\mathrm{g}\left(1+\frac{m}{2M}\right)} = \frac{2MS_{m1}}{2M+m}.$$