

Завдання III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії
Теоретичний тур
10 клас

Завдання 1

З яких місць на поверхні Землі можна спостерігати одне й те ж світило у верхній та нижній кульмінаціях на однаковій кутовій відстані від горизонту. Назвіть умови та тип зірок, які задовольняють зазначеним вимогам. Відповідь надайте описово, без використання формул.

Розв'язок

Спостерігати одне й те ж світило у верхній та нижній кульмінації можна за умови, що воно не заходить за горизонт. Для таких світил у північній півкулі виконується умова $\delta > 90^\circ - \varphi$. Такі світила можливо спостерігати на місцевості з широтою $\varphi \geq 50^\circ$.

Завдання 2

Припливи та відпливи, спричинені дією Місяця на земні оболонки, приводять до віддалення Місяця від Землі на 3,82 см/рік, а Земля сповільнює обертання. Зазначте умови, за яких уже не можна буде спостерігати повне сонячне затемнення та визначте, через скільки років повне сонячне затемнення не буде спостерігатися з будь-якого місця на Землі. Уважайте ексцентриситет орбіти Місяця незмінним.

Радіус Місяця дорівнює $R_M = 1737,5$ км, середня відстань від Землі до Місяця – $a_M = 385000$ км, ексцентриситет орбіти Місяця – $e_M = 0,055$, радіус Сонця – $R_C = 695800$ км, середня відстань від Землі до Сонця – $a_3 = 149,6 \cdot 10^6$ км, ексцентриситет земної орбіти $e_3 = 0,0167$.

Розв'язок

Повне сонячне затемнення відбувається, коли диск Місяця повністю покриває диск Сонця. Оскільки Місяць віддаляється від Землі, то його видимий діаметр зменшується. За останнього спостереження повного сонячного затемнення Місяць повинен перебувати на такій відстані від Землі, що його видимий діаметр дорівнював видимому діаметру Сонця, а з часом – повинен зменшуватися.

Оскільки видимий діаметр Місяця змінюється та залежить від положення на орбіті, то з часом під час затемнень повинен зменшуватися видимий діаметр Місяця лише в перигелії (найближчій точці до Землі), коли Місяць має найбільший видимий діаметр.

Розглянемо зміну видимого діаметру Сонця, який залежить від положення Землі на орбіті. Щоб затемнення стали кільцеподібними, то розмір видимого диску Сонця повинен бути лише більшим за максимальний видимий діаметр Місяця, а також більшим від мінімально можливого видимого діаметра Сонця.

Мінімальний видимий діаметр Сонця спостерігається, коли Земля знаходиться в афелії (найвіддаленішій точці від Сонця).

Отже, сприятливі умови, за яких можливе останнє спостереження повного сонячного затемнення, коли Місяць перебуває в перигелії, а Земля – в афелії (рис. 1).

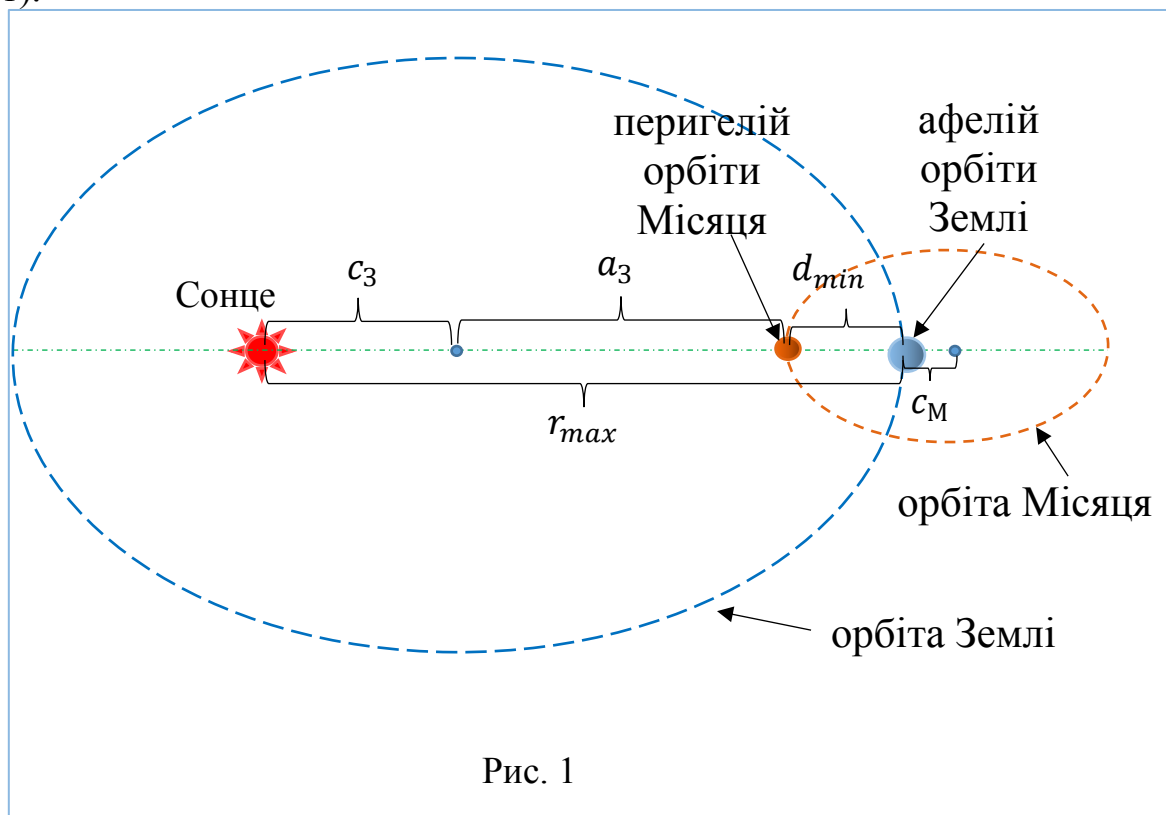


Рис. 1

Для обчислення кутових розмірів об'єктів, зробимо малюнок (рис. 2):

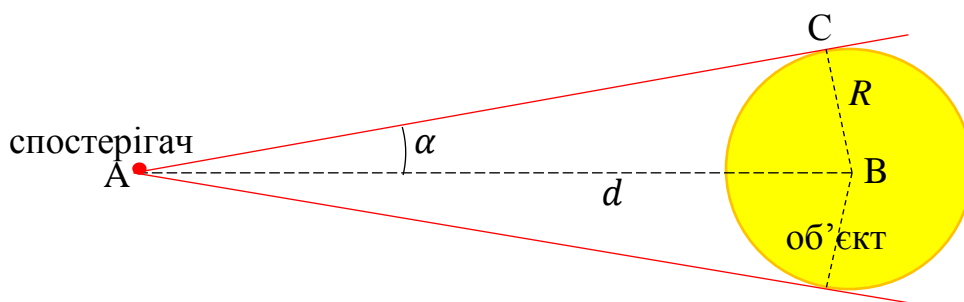


Рис. 2

Із співвідношення сторін прямокутного трикутника ACB: $\sin \alpha = \frac{R}{d}$.

При малих кутах α $\sin \alpha = \tan \alpha = \alpha$ (у радіанах). Отже, видимий кутовий діаметр об'єкта дорівнює $\beta = 2\alpha = \frac{2R}{d}$ (1).

Обчислимо мінімальний кутовий діаметр Сонця β_C та відстань r_{max} до нього, коли Земля перебуває в афелії.

$$r_{max} = a_3 + c_3 = a_3 + e_M a_3 = a_3(1 + e_3); \quad (2)$$

$$\text{Тоді з урахуванням виразу (1) та виразу (2): } \beta_C = \frac{2R_C}{r_{max}} = \frac{2R_C}{a_3(1+e_3)} \quad (3).$$

$$\beta_C = \frac{2R_C}{r_{max}} = \frac{2 \cdot 6958 \cdot 10^5 \text{ м}}{149,6 \cdot 10^9 \text{ м} \cdot (1+0,0167)} \approx 91,49 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \approx 0,5245^\circ.$$

Тепер обчислимо відстань від Землі до Місяця d_{min} під час останнього повного сонячного затемнення, використавши вираз (1): $d_{min} = \frac{2R_M}{\beta_c}$ (4).

Це буде відстань у перигелії для нової орбіти Місяця.

Середню відстань від Землі до Місяця для нової орбіти визначимо як:

$$d_{min} = a - c = a'_M(1 - e_M).$$

Звідси $a'_M = \frac{d_{min}}{1 - e_M}$. З урахуванням виразу (4): $a'_M = \frac{2R_M}{\beta_c(1 - e_M)}$.

$$a'_M = \frac{2 \cdot 1737,5 \cdot 10^3 \text{ м}}{91,49 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \cdot (1 - 0,055)} = 401929 \text{ км}$$

З швидкістю $v_M = 3,82 \cdot 10^{-5} \frac{\text{км}}{\text{рік}}$ Місяць змінюватиме Середню відстань від Землі до Місяця від сучасного значення a_M до майбутнього a'_M .

На новій орбіті Місяць опиниться через час:

$$t = \frac{a'_M - a_M}{v_M} = \frac{401929 \text{ км} - 385000 \text{ км}}{3,82 \cdot 10^{-5} \frac{\text{км}}{\text{рік}}} = 443,2 \text{ млн років.}$$

Отже, через 443,2 мільйонів років ми зможемо спостерігати з Землі лише кільцеві сонячні затемнення.

Завдання 3

Навколо деякої зорі ($\alpha = 5^h 45^m, \delta = -70^\circ$) по еліптичним орбітам рухаються три планети. Умовно назовемо їх А, В, С.

Деякі характеристики орбіт планет наведені в таблиці.

Характеристика орбіти	Планета А	Планета В	Планета С
Період обертання, земна доба	5,64	14,03	-
Велика піввісь, а.о.	-	0,0954	0,172
Ексцентриситет	0,2	0,11	0,2

Визначте період планети С та значення великої піввісі планети А.

Розв'язок

За третім законом Кеплера:

$$\frac{a_A^3}{T_A^2} = \frac{a_B^3}{T_B^2} = \frac{a_C^3}{T_C^2} = \text{const.}$$

Таким чином, велика піввісь планети А дорівнює:

$$a_A = \sqrt[3]{\frac{T_A^2 \cdot a_B^3}{T_B^2}} \approx 0,052 \text{ а. о.}$$

Період планети С дорівнює:

$$T_C = \sqrt{\frac{T_B^2 \cdot a_C^3}{a_B^3}} \approx 34 \text{ доби.}$$

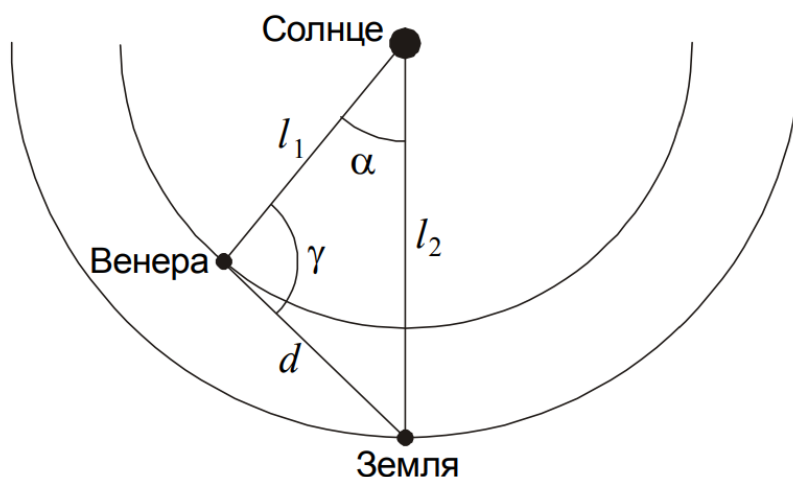
Завдання 4

3 квітня 2012 року Венера пройшла по зоряному скупченню Плеяди, а 6 червня цього ж року – по диску Сонця. Намалюйте (у одному масштабі), як виглядала Венера в телескоп (у прямому зображенні) під час цих подій при спостереженнях у м. Суми. Який був видимий діаметр та фаза Венери в ці дні? Орбіти Венери та Землі вважайте коловими та розміщеними в одній площині?

Розв'язок

Проходження Венери по диску Сонця може відбуватися лише в нижньому протистоянні Венери. Проходження Венери по зоряному скупченню Плеяди відбудеться 3 квітня, за 64 дні до проходження по диску Сонця. Ця величина дорівнює $\frac{64}{584}$ частині синодичного періоду Венери. Ураховуючи, що орбіти Венери й Землі близькі до колових, отримуємо різницю геліоцентричних довгот Землі й Венери 3 квітня:

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{64}{584} = 39,5^\circ.$$



З рисунка видно, що Венера в день проходження по сузір'ю Плеяди буде поблизу своєї найбільш східної елонгації. Використовуючи теорему косинусів розрахуємо відстань від Венери до Землі:

$$d^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \alpha = 0,64 \text{ а. о.}$$

Подібне значення (0,64 а. о.) можна отримати за теоремою Піфагора, якщо припустити, що Венера знаходиться точно в найбільшій східній елонгації. На рисунку l_1 та l_2 – відстані Венери та Землі від Сонця відповідно. Кутовий діаметр Венери дорівнює $\delta = \frac{D}{d} = 26''$, де D – діаметр Венери. Наближене значення у випадку найбільшої східної елонгації дорівнює $24''$.

Кут γ , утворений відрізками з центра Венери та центрами Сонця й Землі відповідно, також обчислимо за теоремою косинусів:

$$\cos \gamma = \frac{l_1^2 + d^2 - l_2^2}{2l_1d} = 94,4^\circ.$$

Якби Венера знаходилася в точці найбільшої східної елонгації, то кут би дорівнював 90° . Величина фази Венери дорівнює

$$F = \frac{1 + \cos \gamma}{2} = 0,46.$$

У момент найбільшої східної елонгації фази дорівнює 0,5. Венера виглядає як половина диска, випуклістю вправо.

У день проходження по диску Сонця фаза Венери дорівнює нулю, а кутовий діаметр

$$\delta = \frac{D}{l_2 - l_1} = 60''.$$

Венера в дні проходження по Плеядам та по диску Сонця в одному масштабі буде виглядати так, як зображено на рис. 2.



Рис. 2