

**Завдання II етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики
(2020-2021 навчальний рік)
11 клас**

Задача 1

Планета має таку ж масу як Земля, але її радіус на 1 % менший, ніж радіус Землі. На скільки відсотків відрізняється прискорення вільного падіння на полюсі планети від прискорення вільного падіння на полюсі Землі?

Розв'язок

Відмінність прискорення вільного падіння на полюсі та в іншому місці на поверхні планети пов'язана як з несферичністю Землі, так і з її обертанням навколо осі. На полюсі обертання Землі не впливає на прискорення вільного падіння. Вважатимемо Землю сферично-симетричною кулею. Тоді $g = G \frac{M}{R^2}$. При зменшенні радіуса на ΔR прискорення збільшиться на Δg і буде $g + \Delta g = G \frac{M}{(R - \Delta R)^2}$. Звідси $\Delta g = GM \frac{2R\Delta R - \Delta R^2}{(R + \Delta R)^2 \cdot R^2}$. Враховуючи, що $\Delta R \ll R$, одержимо: $\Delta g = g \frac{2\Delta R}{R} \cdot \frac{\Delta g}{g} = 2 \frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot 1\% = 2\%$. Отже, прискорення вільного падіння було б на 2% більшим.

Задача 2

Маленька кулька підвішена на нитці довжиною 1 м до стелі залізничного вагона. При якій швидкості руху вагона кулька буде особливо сильно коливатися під дією ударів коліс об стики рейок? Довжина рейки 12,5 м.

Розв'язок

Кулька здійснює вимушені коливання з частотою ν , яка дорівнює частоті ударів коліс об стики рейок: $\nu = \frac{v}{S}$ (1), де v – швидкість вагона, $S = 12,5$ м – довжина рейки.

Якщо розміри кульки малі в порівнянні з довжиною нитки, то систему можна вважати математичним маятником, власна частота коливань якого:

$$\nu_0 = 2\pi \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (2), \text{ де } l = 1 \text{ м} - \text{довжина нитки.}$$

Амплітуда вимушених незатухаючих коливань максимальна в разі резонансу, тобто коли $\nu = \nu_0$.

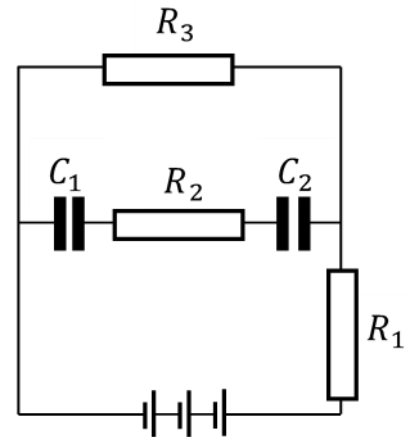
$$\text{Підставимо в даний вираз вирази (1), (2): } \frac{v}{S} = 2\pi \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Звідси швидкість вагона: $v = 2\pi S \sqrt{\frac{g}{l}}$.

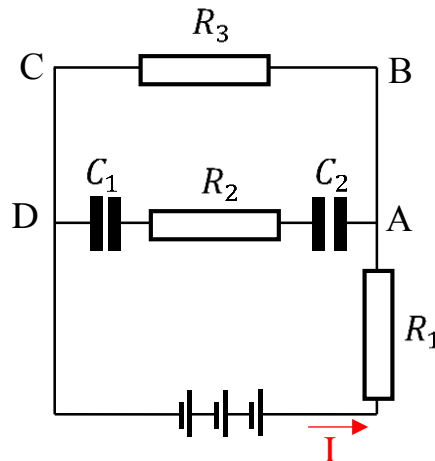
$$v = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,25 \text{ м} \sqrt{\frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{1 \text{ м}}} \approx 24,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Задача 3

Два конденсатори ємністю 2 мкФ і 3 мкФ включені в коло, яке містить джерело струму з електрорушійною силою 8,4 В. Визначте напругу на конденсаторах, якщо внутрішній опір джерела 0,4 Ом, а опори R_1 , R_2 і R_3 відповідно дорівнюють 3 Ом, 1 Ом і 5 Ом.



Розв'язок



Запишемо закон Ома для повного кола: $I = \frac{\varepsilon}{r + R_1 + R_3}$.

Напруга на резисторі R_3 дорівнює $U_3 = IR_3 = \frac{\varepsilon R_3}{r + R_1 + R_3}$ (1). Аналогічну напругу буде мати ділянка кола з конденсаторами, оскільки з резистором R_3 утворює паралельне з'єднання ділянок електричного кола між точками А та В. Напруга на ділянці кола з конденсаторами дорівнює сумі напруг на обох конденсаторах: $U_3 = U_1 + U_2$ (2).

Оскільки $U_1 = \frac{q}{C_1}$ (3), $U_2 = \frac{q}{C_2}$ (4), то вираз (2) набуває вигляду:

$$U_3 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}.$$

Звідси $q = \frac{U_3 C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ (5).

Підставимо вираз (1) у вираз (5) та отримаємо:

$$q = \frac{\varepsilon R_3 C_1 C_2}{(r+R_1+R_3)(C_1+C_2)} \quad (6)$$

Підставимо вираз (6) у вирази (3) та (4):

$$U_1 = \frac{\varepsilon R_3 C_1 C_2}{C_1(r+R_1+R_3)(C_1+C_2)} = \frac{\varepsilon R_3 C_2}{(r+R_1+R_3)(C_1+C_2)};$$

$$U_2 = \frac{\varepsilon R_3 C_1 C_2}{C_2(r+R_1+R_3)(C_1+C_2)} = \frac{\varepsilon R_3 C_1}{(r+R_1+R_3)(C_1+C_2)}.$$

$$U_1 = \frac{8,4 \text{ В} \cdot 5 \text{ Ом} \cdot 3 \text{ мкФ}}{(0,4 \text{ Ом} + 3 \text{ Ом} + 5 \text{ Ом})(2 \text{ мкФ} + 3 \text{ мкФ})} = 3 \text{ В};$$

$$U_2 = \frac{8,4 \text{ В} \cdot 5 \text{ Ом} \cdot 2 \text{ мкФ}}{(0,4 \text{ Ом} + 3 \text{ Ом} + 5 \text{ Ом})(2 \text{ мкФ} + 3 \text{ мкФ})} = 2 \text{ В}.$$

Задача 4

У експерименті для охолодження зразків використовували зріджений гелій об'ємом 4 л. Половина гелію випарувалася. Його було зібрано та перекачано до резервуару сталого об'єму $24,9 \text{ м}^3$, у якому вже був гелій за температури 300 К і тиску 10^5 Па . Температура в резервуарі не змінюється. Уважайте, що молярна маса гелію становить $4 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, густина зрідженого гелію – $0,125 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, універсальна газова стала $8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$. На скільки відсотків збільшився тиск гелію в резервуарі?

Розв'язок

Визначимо масу гелію m_0 , який випарувався: $m_0 = \rho_0 \frac{V_0}{2}$ (1), де ρ_0 – густина зрідженого гелію, V_0 – об'єм гелію.

Щоб визначити масу гелію m , який вже був у резервуарі, використаємо рівняння Менделєєва-Клапейрона: $PV = \frac{m}{M} RT$. Звідси $m = \frac{PVM}{RT}$ (2).

Після додавання випарованого гелію в резервуар, у ньому загальна маса гелію m_1 стала дорівнювати $m_1 = m_0 + m$ (3).

Тиск гелію в резервуарі визначимо з рівняння Менделєєва-Клапейрона: $P_1 V = \frac{m_1}{M} RT$. Звідси $P_1 = \frac{m_1}{MV} RT$.

Якщо врахуємо в даному виразі вирази (1), (2), (3), то отримаємо:

$$P_1 = \frac{(m_0 + m)}{MV} RT = \frac{(\frac{\rho_0 V_0}{2} + \frac{PVM}{RT})}{MV} RT = \frac{\rho_0 V_0 RT}{2MV} + P.$$

Під час перекачування гелію тиск змінився на величину ΔP :

$$\Delta P = P_1 - P = \frac{\rho_0 V_0 RT}{2MV} + P - P = \frac{\rho_0 V_0 RT}{2MV}.$$

Отже тиск гелію в резервуарі збільшився на $\frac{\Delta P}{P} \cdot 100\%$:

$$\frac{\Delta P}{P} \cdot 100\% = \frac{\rho_0 V_0 RT}{2MVP} \cdot 100\%.$$

$$\frac{\Delta P}{P} \cdot 100\% = \frac{0,125 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 24,9 \text{ м}^3 \cdot 10^5 \text{ Па}} \cdot 100\% = 6,26\%.$$