Відповіді до завдання ІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики
(2020-2021 навчальний рік)
10 клас

Задача 1

Джерело струму приєднують до двох сусідніх вершин дротяної рамки у формі правильного випуклого n-кутника. Потім це ж саме джерело струму приєднують до двох вершин, розміщених через одну. При цьому сила струму в колі зменшується в 1,5 рази. Знайти число сторін n-кутника.

Розв’язок

Нехай опір ділянки між двома сусідніми вершинами дротяної рамки r. Якщо джерело струму приєднують до двох сусідніх вершин дротяної рамки, то отримують схему з паралельним з’єднанням. Одна кілька електричного кола буде мати опір r, а друга – $r(n-1)$. Загальний опір електричного кола R_1 визначимо з виразу:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r(n-1)};$$

$$\frac{1}{R_1} = \frac{n-1+1}{r(n-1)} = \frac{n}{r(n-1)};$$

$$R_1 = \frac{r(n-1)}{n} \text{ (1).}$$

Якщо джерело струму приєднують до двох вершин дротяної рамки, розміщених через одну, то отримують також схему з паралельним з’єднанням: одна кілька електричного кола буде мати опір $2r$, а друга – $r(n-2)$. У даному випадку загальний опір електричного кола R_2 визначимо з виразу:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{r(n-2)};$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{n-2+2}{2r(n-2)} = \frac{n}{2r(n-2)};$$

$$R_2 = \frac{2r(n-2)}{n} \text{ (2).}$$

За законом Ома для ділянки кола: $I_1 = \frac{U}{R_1}$, $I_2 = \frac{U}{R_2}$. Розділимо ці вирази: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = 1{,}5$ (3).

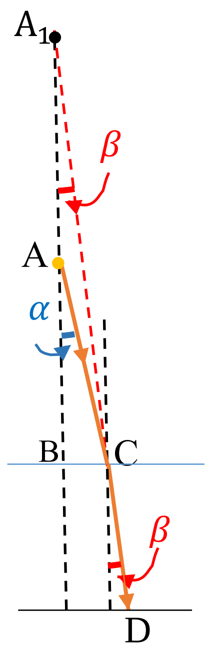
Підставимо вирази (1), (2) у вираз (3): $1{,}5 = \frac{\frac{2r(n-2)}{n}}{\frac{r(n-1)}{n}} = \frac{2(n-2)}{n-1}$.

Звідси, $n = 5$.

Задача 2

На відстані 2,5 м від поверхні води в повітрі висить ліхтар. На якій відстані від поверхні води водолаз, що перебуває під водою, побачить зображення ліхтаря? Показник заломлення води 1,3.

Розв’язок



Побудуємо хід променів від ліхтаря (точка А). На рисунку промені зображено помаранчевим кольором. ВС – зображення поверхні води.

У результаті заломлення променя світла на межі розподілу повітря-вода спостерігачу під водою, який знаходиться в точці D, здається, що промінь АС йде з точки A_1. Точки A_1 є зображенням ліхтаря.

Із співвідношення сторін трикутників отримаємо:

трикутник АВС: $tg\alpha = \frac{BC}{BA} = \frac{BC}{h}$;

трикутник A_1BC: : $tg\beta = \frac{BC}{BA_1} = \frac{BC}{H}$.

Розділимо вирази: $\frac{tg\alpha}{tg\beta} = \frac{H}{h}$ (1)

За законом заломлення $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$.

Розглянемо ситуацію, коли промені падають майже нормально до поверхні води, тоді кут падіння $\alpha \to 0$. Отже, $\sin\alpha = tg\alpha$.

Оскільки вода оптично більш густе середовище, ніж повітря, та $\beta < \alpha$, то $\beta \to 0$, $\sin\beta = tg\beta$.

Урахуємо в законі заломлення $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{tg\alpha}{tg\beta}$ (2).

Прирівняємо вирази (1) та (2): $n = \frac{tg\alpha}{tg\beta} = \frac{H}{h}$. Звідси $H = nh$.

$H = 1{,}3 \cdot 2{,}5$ м $= 3{,}25$ м.

Задача 3

Акробат стрибає на сітку з висоти $H = 8$ м. На якій h над підлогою треба натягнути сітку, щоб акробат не вдарився об підлогу під час стрибка? Відомо, що сітка прогинається на $h_0 = 0{,}5$ м, якщо акробат стрибає на неї з висоти $H_0 = 1$ м.

Розв’язок

Позначимо m – маса акробата, k – коефіцієнт пружності сітки.

Запишемо закон збереження енергії:

ситуація 1: $mg(H + h) = \frac{kh^2}{2}$;

ситуація 2: $mg(H_0 + h_0) = \frac{kh_0^2}{2}$.

Розділимо вирази: $\frac{mg(H+h)}{mg(H_0+h_0)} = \frac{kh^2}{kh_0^2}$;

$$\frac{H+h}{H_0+h_0} = \frac{h^2}{h_0^2}.$$

Отримаємо квадратне рівняння: $(H_0 + h_0)h^2 - h_0^2 h - Hh_0^2 = 0$.

Корені рівняння: $h_{1,2} = \frac{h_0^2 \pm \sqrt{h_0^4 + 4(H_0+h_0)Hh_0^2}}{2((H_0+h_0)}$.

Враховуючи, що $h_0^4 + 4(H_0 + h_0)Hh_0^2 > h_0^4$, матимемо один розв'язок:

$$h = \frac{h_0^2 + \sqrt{h_0^4 + 4(H_0+h_0)Hh_0^2}}{2((H_0+h_0)};$$

$$h = \frac{(0{,}5\text{ м})^2 + \sqrt{(0{,}5\text{ м})^4 + 4\cdot(1\text{ м} + 0{,}5\text{ м})\cdot 8\text{м}\cdot(0{,}5\text{ м})^2}}{2\cdot(1\text{ м} + 0{,}5\text{ м})} = 1{,}24\text{ м};$$

Задача 4

Планета має таку ж масу як Земля, але її радіус на 1 % менший, ніж радіус Землі. На скільки відсотків відрізняється прискорення вільного падіння на полюсі планети від прискорення вільного падіння на полюсі Землі?

Розв'язок

Відмінність прискорення вільного падіння на полюсі та в іншому місці на поверхні планети пов'язана як з несферичністю Землі, так і з її обертанням навколо осі. На полюсі обертання Землі не впливає на прискорення вільного падіння. Вважатимемо Землю сферично-симетричною кулею. Тоді $g = G\frac{M}{R^2}$. При зменшенні радіуса на ΔR прискорення збільшиться на Δg і буде $g + \Delta g = G\frac{M}{(R - \Delta R)^2}$. Звідси $\Delta g = GM\frac{2R\Delta R - \Delta R^2}{(R + \Delta R)^2 \cdot R^2}$. Враховуючи, що ΔR << R, одержимо: $\Delta g = g\frac{2\Delta R}{R}$. $\frac{\Delta g}{g} = 2\frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot 1\% = 2\%$. Отже, прискорення вільного падіння було б на 2% більшим.