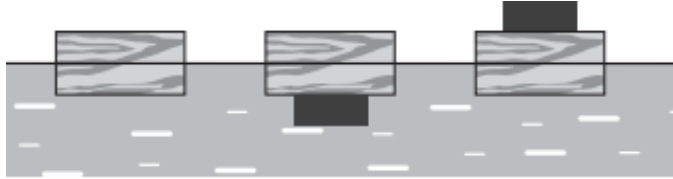


**Розв'язки завдань II етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики
(2020-2021 навчальний рік)
8 клас**

Задача 1

Дерев'яний брусок плаває у воді, занурившись на 10 см. Якщо знизу бруска прикріпити вантаж певної маси, то брусок зануриться у воду на глибину 14 см. На скільки брусок буде занурений у воду, якщо цей вантаж покласти на нього зверху? Густина матеріалу вантажу дорівнює 5000 кг/м^3 , густина води – 1000 кг/м^3 .



Розв'язок

Позначимо: площа грані бруска – S , маса бруска – m , маса вантажу – m_B , об'єм вантажу – V_B .

Ситуація 1. Запишемо умову плавання бруска у воді: $mg = \rho gV$ або $m = \rho Sh_1$ (1), де $h_1 = 10 \text{ см}$ – глибина занурення бруска, ρ – густина води.

Ситуація 2. Запишемо умову плавання бруска у воді, коли вантаж прикріплений знизу бруска: $(m + m_B)g = \rho g(V + V_B)$ або $m + m_B = \rho(Sh_2 + V_B)$, де $h_2 = 14 \text{ см}$ – глибина занурення бруска в ситуації 2.

Якщо врахувати, що об'єм вантажу V_B дорівнює $V_B = \frac{m_B}{\rho_B}$, де ρ_B – густина матеріалу вантажу, то $m + m_B = \rho(Sh_2 + \frac{m_B}{\rho_B})$.

$$\text{Звідси, } m_B \left(1 - \frac{\rho}{\rho_B}\right) = \rho Sh_2 - m \quad (2).$$

Ситуація 3. Запишемо умову плавання бруска у воді, коли вантаж прикріплений зверху на бруску: $(m + m_B)g = \rho gV$ або $m + m_B = \rho Sh_3$ (3), де h_3 – глибина занурення бруска в ситуації 3.

Підставимо вираз (1) у вираз (2): $m_B \left(1 - \frac{\rho}{\rho_B}\right) = \rho Sh_2 - \rho Sh_1$. Звідси

$$m_B = \frac{\rho_B \rho S (h_2 - h_1)}{\rho_B - \rho} \quad (4)$$

Підставимо вирази (1) та (4) у вираз (3):

$$\rho Sh_1 + \frac{\rho_B \rho S (h_2 - h_1)}{\rho_B - \rho} = \rho Sh_3$$

$$\text{Звідси } h_3 = h_1 + \frac{\rho_B (h_2 - h_1)}{\rho_B - \rho} = \frac{h_1 (\rho_B - \rho) + \rho_B (h_2 - h_1)}{\rho_B - \rho} = \frac{\rho_B h_2 - \rho h_1}{\rho_B - \rho},$$

$$h_3 = \frac{5000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,14 \text{ м} - 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,1 \text{ м}}{5000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0,15 \text{ м}.$$

Задача 2

У сполучені посудини з внутрішніми діаметрами 3 см і 7 см налили воду. Визначити, наскільки зміниться рівень води в посудині більшого діаметра, якщо у вузьку посудину налити 200 см^3 олії густиною $0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Густина води $1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Розв'язок

Позначимо: внутрішній діаметр вузької посудини – $d_1 = 0,03 \text{ м}$;

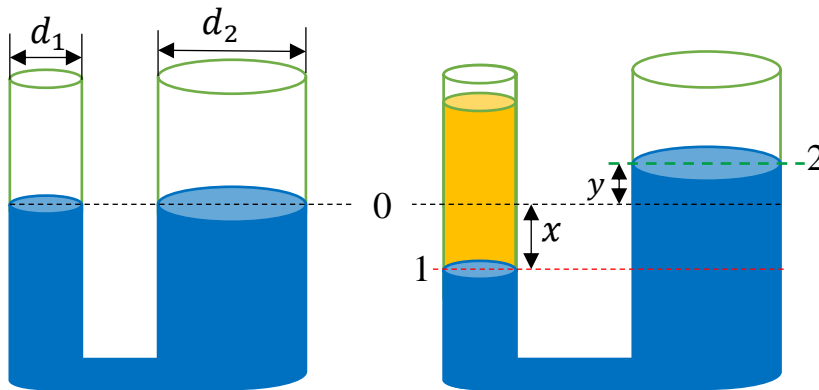
внутрішній діаметр ширшої посудини – $d_2 = 0,07 \text{ м}$;

об'єм олії – $V_0 = 200 \text{ см}^3 = 0,0002 \text{ м}^3$;

густина олії – $\rho_o = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

густина води – $\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Зобразимо рівні води в посудинах. Початковий рівень показано чорною пунктирною лінією з позначкою «0».



Посудина з водою

Посудина з водою
та олією

Після доливання олії у вузьку посудину рівень води знизився на величину x до рівня з позначкою «1», а у широкій посудині – піднявся на величину y до рівня з позначкою «2».

Кількість води в сполученій посудині не змінилася, тому об'єм води V_1 , який витік з вузької посудини, повинен дорівнювати об'єму води V_2 , яка перелилася в ширшу посудину: $V_1 = V_2$ (1).

Щоб визначити об'єми цих стовпчиків води, згадаємо, що вони утворюють геометричні фігури циліндри. Об'єм циліндра розраховується як $V = Sh$, де $S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$ – площа основи циліндра, h – його висота.

$$\text{Отже, } V_1 = x \cdot \frac{\pi d_1^2}{4}, V_2 = y \cdot \frac{\pi d_2^2}{4}.$$

$$\text{Підставимо вирази у вираз (1): } x \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} = y \cdot \frac{\pi d_2^2}{4}. \text{ Звідси } x = y \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2} \text{ (2).}$$

Запишемо умову рівності тисків для рівня води 1: $p_o = p_v$.

У вужчому коліні тиск створюється олією, тому $p_o = \rho_o g h_o$, де ρ_o – густина олії, h_o – висота стовпчика олії.

Висоту стовпчика олії визначимо з її об'єму: $V_o = S_1 h_o = \frac{\pi d_1^2}{4} h_o \rightarrow h_o = \frac{4V_o}{\pi d_1^2}$. Тоді тиск олії – $p_o = \rho_o g \frac{4V_o}{\pi d_1^2}$ (3).

У ширшому коліні тиск створюється стовпчиком води: $p_B = \rho g(x + y)$ (4). Прирівняємо вирази (3) та (4) та урахуємо вираз (2):

$$\rho_o g \frac{4V_o}{\pi d_1^2} = \rho g(x + y);$$

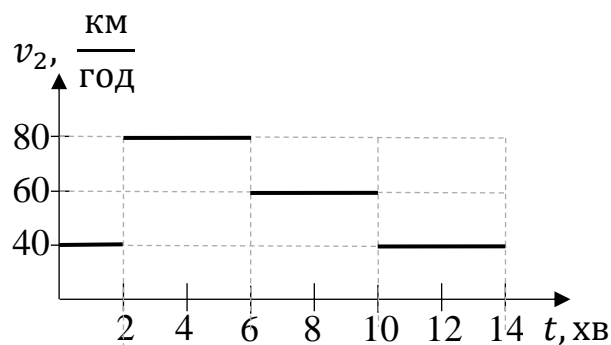
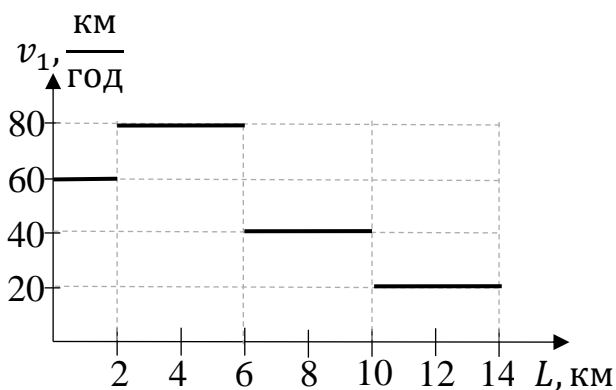
$$\rho_o g \frac{4V_o}{\pi d_1^2} = \rho g(y \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2} + y).$$

$$\text{Звідси, } y = \frac{4\rho_o V_o}{\rho\pi(d_1^2 + d_2^2)}.$$

$$y = \frac{4 \cdot 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,0002 \text{ м}^3}{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 3,14 \cdot ((0,03 \text{ м})^2 + (0,07 \text{ м})^2)} \approx 0,035 \text{ м} = 3,5 \text{ см}.$$

Задача 3

Дві машини одночасно почали рух назустріч один одному по прямій дорозі з двох населених пунктів. Реєстратор першої машини записує значення швидкості в залежності від пройденого шляху. Реєстратор другої – фіксує значення швидкості в залежності від часу руху. Покази реєстраторів наведені на графіках. Через 10 хв машини проїхали один повз одного. Яка відстань між машинами буде через 2 хвилини після зустрічі?



Розв'язок

З графіка залежності швидкості другого автомобіля від часу руху видно, що після зустрічі другий автомобіль рухався з швидкістю $v_2 = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. За час $t = 2 \text{ хв} = \frac{1}{30} \text{ год}$ він проїхав від місця зустрічі шлях:

$$L_2 = v_2 t = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot \frac{1}{30} \text{ год} = \frac{4}{3} \text{ км} \approx 1,3 \text{ км}.$$

Щоб визначити швидкість першого після зустрічі, необхідно визначити його шлях, який він проїхав до зустрічі.

$$\text{На першій ділянці: } t_1 = \frac{L_1}{v_1} = \frac{2 \text{ км}}{60 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = \frac{1}{30} \text{ год} = 2 \text{ хв.}$$

$$\text{На другій ділянці: } t_2 = \frac{L_2}{v_2} = \frac{4 \text{ км}}{80 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = \frac{1}{20} \text{ год} = 3 \text{ хв.}$$

$$\text{На третій ділянці: } t_3 = \frac{L_3}{v_3} = \frac{4 \text{ км}}{40 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = \frac{1}{10} \text{ год} = 6 \text{ хв.}$$

На перших трьох ділянках автомобіль рухався час:

$$t' = t_1 + t_2 + t_3 = 2 \text{ хв} + 3 \text{ хв} + 6 \text{ хв} = 11 \text{ хв.}$$

Оскільки до зустрічі автомобілі рухалися 10 хв, то перший автомобіль у момент зустрічі знаходився на третій ділянці, й після зустрічі продовжив рух з швидкістю $v_{13} = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}}$ впродовж $t'_{13} = 1 \text{ хв}$, проїхавши шлях

$$L_{13} = v_{13} t'_{13} = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 1 \text{ хв} = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot \frac{1}{60} \text{ год} = \frac{2}{3} \text{ км.}$$

Потім перший автомобіль рухався $t'_{14} = 1 \text{ хв}$ з швидкістю $v_{14} = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, подолавши шлях

$$L_{14} = v_{14} t'_{14} = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 1 \text{ хв} = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot \frac{1}{60} \text{ год} = \frac{1}{3} \text{ км.}$$

Загальний шлях першого автомобіля після зустрічі:

$$L_{14} = L_{13} + L_{14} = \frac{2}{3} \text{ км} + \frac{1}{3} \text{ км} = 1 \text{ км.}$$

Отже, відстань між автомобілями через 2 хвилини після зустрічі дорівнюватиме $S = L_{14} + L_2 = 1 \text{ км} + 1,3 \text{ км} = 2,3 \text{ км}$.

Задача 4

У калориметрі міститься вода масою 200 г при температурі 30 °С. У воду поклали шматок льоду масою 10 г при температурі -10 °С. Яка температура встановиться в калориметрі, якщо його теплоємність $100 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{С}}$? Питома теплоємність води $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{С}}$, питома теплоємність льоду $2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{С}}$, питома теплота плавлення льоду $330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

Розв'язок

Оцінимо кількість теплоти Q_1 , яку поглине лід при нагріванні до температури плавлення t : $Q_1 = c_{\text{л}} m_{\text{л}} (t - t_{0\text{л}})$, де $c_{\text{л}}$ – питома теплоємність льоду, $m_{\text{л}}$ – маса льоду, $t_{0\text{л}}$ – початкова температура льоду.

$$Q_1 = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{С}} \cdot 0,01 \text{ кг} \cdot (0^\circ\text{С} - (-10^\circ\text{С})) = 210 \text{ Дж.}$$

Оцінимо кількість теплоти Q_2 , яку поглине лід до повного танення: $Q_2 = \lambda m_{\text{л}}$, де λ – питома теплота плавлення льоду.

$$Q_2 = 330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,01 \text{ кг} = 3300 \text{ Дж.}$$

Оцінимо кількість теплоти Q_3 , яка виділиться під час охолодження води та калориметра: $Q_3 = Q_{\text{к}} + Q_{\text{в}} = C_{\text{к}}(t_{0\text{в}} - t) + c_{\text{в}} m_{\text{в}}(t_{0\text{в}} - t)$, де $C_{\text{к}}$ – теплоємність

калориметра, $c_{\text{в}}$ – питома теплоємність води, $m_{\text{в}}$ – маса води, $t_{0\text{в}}$ – початкова температура води та калориметра.

$$Q_3 = 100 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}} \cdot (30^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) + 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 0,2 \text{ кг} \cdot (30^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) = 28200 \text{ Дж}.$$

Очевидно, що лід при нагріванні й плавленні отримує значно меншу кількість теплоти, ніж кількість теплоти, яка виділяється при охолодженні калориметра та води. Отже, температура води з калориметром не досягає 0°C , а лід після танення повинен нагрітись.

Складемо рівняння теплового балансу: $Q_1 + Q_2 + Q_4 = Q_5 + Q_6$, де Q_4 – кількість теплоти, яку отримала тала вода; Q_5 – кількість теплоти, яку виділяє вода під час охолодження, Q_6 – кількість теплоти, яку виділяє калориметр під час охолодження.

$$Q_1 + Q_2 + c_{\text{л}} m_{\text{л}} (t_1 - t) = c_{\text{в}} m_{\text{в}} (t_{0\text{в}} - t_1) + C_{\text{к}} (t_{0\text{в}} - t_1).$$

Звідси, після перетворень отримаємо:

$$t_1 = \frac{c_{\text{в}} (m_{\text{в}} t_{0\text{в}} + m_{\text{л}} t) + C_{\text{к}} t_{0\text{в}} - Q_1 - Q_2}{c_{\text{в}} (m_{\text{л}} + m_{\text{в}}) + C_{\text{к}}};$$

$$t_1 = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot (0,2 \text{ кг} \cdot 30^\circ\text{C} + 0,01 \text{ кг} \cdot 0^\circ\text{C}) + 100 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}} \cdot 30^\circ\text{C} - 210 \text{ Дж} - 3300 \text{ Дж}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot (0,01 \text{ кг} + 0,2 \text{ кг}) + 100 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}};$$

$$t_1 = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 6 \text{ кг}\cdot^\circ\text{C} + 3000 \text{ Дж} - 3510 \text{ Дж}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 0,21 \text{ кг} + 100 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}} \approx 25^\circ\text{C}.$$