

Відповіді

**II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2024-2025 н.р.
7 клас**

Завдання 1.

Відповідь. 857

Розв'язання. Оскільки $\overline{abc1} = \overline{abc0} + 1 = 10 \cdot \overline{abc} + 1$, а $2\overline{abc} = 2000 + \overline{abc}$, то дане рівняння буде мати вигляд: $10 \cdot \overline{abc} + 1 = 3 \cdot (2000 + \overline{abc})$,

$$\begin{aligned} 10 \cdot \overline{abc} - 3 \cdot \overline{abc} &= 6000 - 1, \\ 7 \cdot \overline{abc} &= 5999, \text{ звідки } \overline{abc} = 857. \end{aligned}$$

Завдання 2.

Відповідь. ділиться на 10.

Розв'язання. Очевидно, що остання цифра натурального степеня багатоцифрового числа співпадає з останньою цифрою відповідного степеня числа, що задається останньою його цифрою. Тоді отримуємо: 96^7 закінчується цифрою 6, 22^5 – цифрою 2, а 48^6 – цифрою 4. Звідси випливає, що задане число закінчується цифрою 0, а отже воно ділиться на 10.

Завдання 3.

Відповідь: а) 1 грн. 82 к., б) 1 грн. 28 к.

Розв'язання.

- 1) $82 - 50 = 32$ (к.) коштують 2 олівці й один зошит;
- 2) $32 \cdot 4 = 128$ (к.) коштують 8 олівців і 4 зошити;
- 3) $50 \cdot 3 = 150$ (к.) коштують 6 олівців і 6 зошитів;
- 4) $150 + 32 = 182$ (к.) коштують 8 олівців і 7 зошитів.

Завдання 4.

Відповідь. 7.

Розв'язання. Нехай M – найбільше, m – найменше із записаних Петриком чисел, усього чисел записано n , що мали суму S . Тоді умови задачі записуються таким чином:

$$\frac{S}{n} = 20, \frac{S - m}{n - 1} = 22, \frac{S - M}{n - 1} = 13, \frac{S - M - m}{n - 2} = 14.$$

Перепишемо ці рівності таким чином:

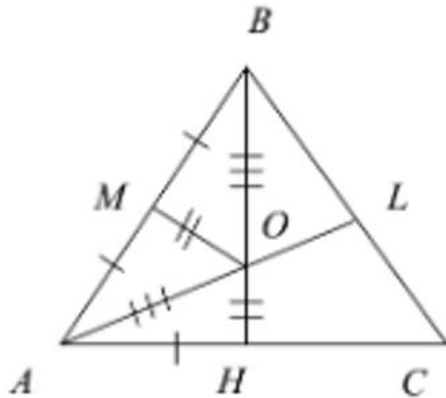
$$S = 20n, S - m = 22n - 22, S - M = 13n - 13, S - M - m = 14n - 28$$

Звідси маємо, що: $2S - M - m = 34n - 28 = 35n - 35 \Rightarrow n = 7$.

Завдання 5.

Відповідь. $\angle A = 60^\circ$.

Розв'язання. У трикутнику ABC (рис.) бісектриса AL кута $\angle A$, висота BH та



серединний перпендикуляр до сторони AB у точці M перетинаються в точці O . Тоді за означенням бісектриси кута трикутника маємо, що $\angle HAO = \angle MAO$. Оскільки OM є одночасно і висотою і медіаною трикутника AOB , то трикутник AOB є рівнобедреним із основою AB . Тому $\angle BAO = \angle ABO$.

Отримаємо $\angle HAO = \angle BAO = \angle ABO$.

Оскільки трикутник ABH – прямокутний (BH – висота), то $\angle HAO + \angle BAO + \angle ABO = 90^\circ$, отже, кожен з $\angle HAO$, $\angle ABO$, $\angle BAO$, дорівнює 30° . Тому $\angle A = 60^\circ$.

Розв'язання.

Завдання 6.

Відповідь. 82 або 93.

Розв'язання. $N = 10x + y = xy + 66$, або $y = (10x - 66) / (x - 1)$. Легко бачити, що x може набувати тільки значення 7, 8 або 9.