

Відповіді

**II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2024-2025 н.р.
6 клас**

Завдання 1.

Відповідь. 8:00.

Розв'язання. Кожну годину показання годинників розходяться на три хвилини, а в момент прокидання вони відрізняються на 30 хвилин. Отже, з виставлення гномами правильного часу минуло $30 : 3 = 10$ годин. За цей час годинник Повільняхи відстав на 10 хвилин, а годинник Поспіхи втік уперед на 20 хвилин. Отже, правильний час 8:00.

Завдання 2.

Відповідь. 7, 5, 3, 4, 1.

Розв'язання. Для початку розкладемо 420 на множники:

$$420 = 6 \cdot 7 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Тепер вже нескладно згрупувати ці множники в п'ять груп так, щоби в сумі вийшло 20: $7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 = 420$; $7 + 5 + 3 + 4 + 1 = 20$.

Завдання 3.

Відповідь. ділиться на 2025.

Розв'язання. Задамо дану суму в вигляді наступних доданків:

$$2025 + (1 + 2024) + (2 + 2023) + \dots + (1012 + 1013).$$

Оскільки кожний доданок ділиться на 2025, то і вся сума буде ділитися на 2025.

Завдання 4.

Відповідь. 3.

Розв'язання. Кроки: $(10000-3333x) \cdot 10000 - 9999 = 1$

$$(10000-3333x) \cdot 10000 = 1 + 9999$$

Скорочуємо: $(10000-3333x) \cdot 10000 = 10000$

$$3333x = 10000 - 1$$

$$3333x = 9999$$

$$x = 9999 / 3333 = 3$$

Завдання 5.

Відповідь. 25.

Розв'язання. Позначимо швидкості Петрика, Василя та Грицька через v_1 , v_2 та v_3 відповідно. Тоді умова на швидкості Петрика та Василя записується таким чином:

$$t_1 = \frac{3l}{v_1} = \frac{5l}{2v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{5v_1}{6}$$

де l – довжина кола. З аналогічних міркувань:

$$v_3 = \frac{5v_2}{6} = \frac{25v_1}{36}$$

Знайдемо моменти, коли бігуни зможуть одночасно потрапити на лінію старту: $v_1 t = kl$, $v_2 t = ml$, $v_3 t = nl$

де k , m , n – кількість кіл Петрика, Василя та Грицька, які вони пробігли і опинилися на лінії старту.

$$\text{Кількість кіл, що пробіг Грицько: } n = \frac{v_3 t}{l} = \frac{25v_1 t}{36 l} = \frac{25}{36} k = 25 \frac{k}{36}$$

$$\text{Кількість кіл, що пробіг Василь: } m = \frac{v_2 t}{l} = \frac{5v_1 t}{6 l} = \frac{5}{6} k = 30 \frac{k}{36}$$

Із двох попередніх виразів, розумієм, щоб m і n були цілими числами при мінімальному k , k повинно дорівнювати 36. Отже кількість кіл, що встигне пробігти Грицько $m = 25 \frac{k}{36} = 25 \frac{36}{36} = 25$.