

Завдання

III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2022-2023 н.р.

11 клас

1. За перший рік кількість учасників математичного конкурсу збільшилось на n чоловік, а за другий – на 300 чоловік. При цьому за перший рік кількість учасників збільшилась на 300%, а за другий – на $n\%$. З'ясуйте кількість учасників конкурсу? Відповідь обґрунтуйте.

2. Число $\frac{2023}{2^{2023}}$ записане у вигляді десяткового дробу. З'ясуйте, якою буде четверта цифра з кінця в цього числа? Відповідь обґрунтуйте.

3. У трикутнику ABC на медіані BM взяли точку D . Через точку D провели пряму l_1 паралельну AB , а через точку C – пряму l_2 паралельну BM . Нехай E – точка перетину прямих l_1 і l_2 . Доведіть, що $AD = BE$.

4. Точку O , що лежить усередині правильного $2n$ -кутника, з'єднано з його вершинами. Одержані трикутники розфарбовано через один червоним і синім кольором. Доведіть, що сума площ червоних трикутників дорівнює сумі площ синіх трикутників. Відповідь обґрунтуйте.

5. З'ясуйте, для скількох натуральних $n \leq 2023$ існує многочлен $P(x)$, для якого справджується рівність: $x^{2n} + x^n + 1 = P(x)(x^2 + x + 1)$? Відповідь обґрунтуйте.

На виконання роботи відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів
Використання цифрових пристроїв не дозволяється