

**Завдання**

**III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
2022-2023 н.р.**

**9 клас**

1. Розв'яжіть рівняння:  $\frac{x-2022}{x-2023} = \frac{x-2023}{x-2022}$ .

2. Кожен із 5 братів володіє земельною ділянкою. Придбавши ділянку сусіда, вони поділили її порівну між собою. У результаті ділянка Андрія збільшилася на 10%, ділянка Бориса – на  $\frac{1}{15}$ , ділянка Володимира – на 5% , ділянка Григорія – на 4%, а ділянка Дмитра – на  $\frac{1}{30}$ . З'ясуйте, на скільки відсотків у результаті збільшилася загальна площа їх земельної ділянки? Відповідь обґрунтуйте.

3. У трикутнику  $ABC$  точка  $Q$  – середина сторони  $AC$ . На відрізку  $AB$  відмічено точку  $P$ , причому  $AP=2PB$ ,  $CP=2PQ$ . Доведіть, що кут  $ABC$  прямий.

4. На дошці розміром  $4 \times 4$  грають двоє. Ходять по черзі, і кожний гравець своїм ходом зафарбовує одну клітинку. Кожну клітинку зафарбовувати можна лише один раз. Програє той гравець, після ходу якого утвориться квадрат  $2 \times 2$ , що складається із зафарбованих клітинок. З'ясуйте, хто з гравців може забезпечити собі виграш – той, хто ходить першим, чи його суперник? Відповідь обґрунтуйте.

5. Кілька дуг кола пофарбовано у жовтий колір. Сума довжин пофарбованих дуг менша довжини півкола. Доведіть, що існує діаметр, обидва кінці якого не пофарбовані.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання цифрових пристроїв не дозволяється