

Завдання

**III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
2022-2023 н.р.**

10 клас

1. Обчисліть вираз $\left[\sqrt{2023 + \underbrace{\sqrt{2023 + \sqrt{2023 + \dots + \sqrt{2023}}}_{2023 \text{ коренів}}} \right]$, де символом $[x]$

позначається найбільше ціле число, що менше або рівне x .

2. За перший рік кількість учасників математичного конкурсу збільшилось на n чоловік, а за другий – на 300 чоловік. При цьому за перший рік кількість учасників збільшилась на 300%, а за другий – на $n\%$. З'ясуйте кількість учасників конкурсу? Відповідь обґрунтуйте.

3. У ромбі $ABCD$ $\angle B = 40^\circ$, точка L – середина сторони BC , точка F – основа перпендикуляра, опущеного з вершини A на пряму DL . Знайти кут DFC .

4. Для додатних чисел a, b, c, d доведіть нерівність:

$$\left(\frac{a+b}{2c}\right)^2 + \left(\frac{b+c}{2d}\right)^2 + \left(\frac{c+d}{2a}\right)^2 + \left(\frac{d+a}{2b}\right)^2 \geq 4.$$

5. Натуральні числа від 1 до 9 розфарбовано в два кольори. Доведіть, що знайдуться три різні числа одного кольору, одне з яких дорівнює сумі двох інших. Відповідь обґрунтуйте.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання цифрових пристроїв не дозволяється